Acta Agrophysica, 2003, 83, 33-44

# ZMIENNOŚĆ PARAMETRÓW CHARAKTERYZUJĄCYCH ZJAWISKO RELAKSACJI NAPRĘŻEŃ W TKANCE BURAKA ĆWIKŁOWEGO

## J. Bohdziewicz

Instytut Inżynierii Rolniczej, Akademia Rolnicza, ul. Chełmońskiego 37/41, 51-630 Wrocław e-mail: bohdziewicz@imr.ar.wroc.pl ; bohdziewicz@magma-net.pl

Streszczenie. Przedstawiono wyniki badań przebiegu testu relaksacji naprężeń w próbkach tkanki miąższu buraka ćwikłowego. Analizę przebiegu zmian wartości chwilowego modułu sprężystości *E* oraz lepkości dynamicznej  $\eta$  i pozornej  $\eta_a$  w funkcji czasu przeprowadzono na podstawie ich sekwencyjnego zestawienia. Zastosowano także ekstrapolację przyjętych funkcji do prognozowania zmian naprężenia  $\sigma(t)$  w dłuższym przedziale czasowym. Stwierdzono, że model Maxwella i standardowy mogą być wykorzystane do opisu zachowania się badanego materiału, jednakże występują trudności w interpretacji obserwowanych zjawisk. Najbardziej przydatnym jest uogólniony model Burgersa.

Słowa kluczowe: relaksacja, model reologiczny, burak ćwikłowy

#### WSTĘP

Do scharakteryzowania ciała rzeczywistego niezbędne jest wyznaczenie jego właściwości reologicznych. W takim przypadku uwzględnia się wpływ czasu na związki pomiędzy stanem odkształcenia i naprężenia. Fenomenologiczny charakter opisu zachowania się ciał rzeczywistych jest konsekwencją złożonych zależności pomiędzy naprężeniami i odkształceniami, wyrażonych zapisem różniczkowych równań stanu, w których czas wprowadzono jako zmienną niezależną. Równania te umożliwiają tworzenie modeli reologicznych jako idealizacji wzajemnych powiązań pomiędzy cechami charakterystycznymi dla danego obiektu badań [6,8,9,12,23]. Innego rodzaju rozwiązaniem tego zagadnienia są całkowe równania stanu oraz modele nieliniowe.

Do opisu przebiegu zjawiska relaksacji najczęściej wykorzystuje się model cieczy Maxwella, w którym elementy sprężysty i lepki zostały połączone szeregowo. Użyte elementy przedstawiają ogólnie cechy reologiczne badanego ciała i są opisywane wartościami parametrów: modułu sprężystości chwilowej i lepkości dynamicznej. W odniesieniu do wielu ciał stałych stosuje się kombinację dwóch lub trzech elementów, określaną odpowiednio jako ciecz Maxwella lub ciało standardowe (Zenera). W przypadku materiałów pochodzenia roślinnego podejmowane są próby utworzenia uniwersalnych modeli reologicznych, jednakże ich przydatność jest ograniczona ze względu na zróżnicowanie zawartości cieczy, anizotropowość i nieciągłość struktury [2,5,13,16,17].

Pierwsze prace, związane z opisaniem zjawiska relaksacji wybranych owoców oraz ziemniaka miały miejsce na przełomie lat sześćdziesiątych i siedemdziesiątych ubiegłego wieku [5,6,14,19,20]. W odniesieniu do roślin korzeniowych dotychczas obiektem zainteresowań był burak cukrowy [3,4,14] i marchew [11,19,21,22]. Do opisu przebiegu zanikania naprężenia w funkcji czasu badacze wykorzystali modele: standardowy ciała stałego [6,18], ciecz Maxwella [3,4,6,13,18] oraz Burgersa [4,7,18] a także funkcje logarytmiczne [2,10,15]. Kompleksowe badania prowadzone przez autora na materiale pobranym z korzenia buraka ćwikłowego [1] pozwoliły na wstępne określenie zakresu zmienności parametrów charakteryzujących proces relaksacji. Pojawiły się jednak wątpliwości co do jednoznaczności opisu cech reologicznych na podstawie przyjętego modelu Maxwella.

Celem pracy było wyznaczenie zmian, w funkcji czasu, wartości umownych: chwilowych modułów sprężystości  $E_i$  oraz lepkości dynamicznych  $\eta_i$ ,  $\eta_a$  jako parametrów modeli opisujących zachowanie się tkanki miąższu buraka ćwikłowego podczas testu relaksacji.

#### MATERIAŁ I METODY

Obiektem badań były korzenie buraka ćwikłowego odmiany Opolski, pozyskane z jednego pola. Do realizacji testu wybrano 20 korzeni, dla każdego z nich wyznaczono wartość siły  $F_{max}$ , charakteryzującej wytrzymałość biologiczną materiału; jednocześnie pobrano cztery próbki, przy czym po dwie z nich wstępnie obciążano siłą odpowiadającą 50% i 75% wartości  $F_{max}$ . Próbki miały postać walca o średnicy 8 mm i wysokości 10,5±0,5mm. Test relaksacji przerywano po upływie 900 sekund. Dla pięciu losowo wybranych korzeni wydłużono czas badania do momentu, w którym naprężenie zmniejszało się do poziomu około 33% zadanej wartości wyjściowej. Badania realizowano na maszynie wytrzymałościowej Instron 5566 z głowicą o zakresie do 1 kN, z dokładnością 0,1‰ wartości mierzonej. Prędkość odkształcenia wynosiła 1 mm·min<sup>-1</sup> dla testu wytrzymałościowego oraz w początkowej fazie testu relaksacji.

Zmiany naprężenia w funkcji czasu opisano równaniem charakterystycznym dla uogólnionego modelu Maxwella,

$$\sigma(t) = \sum_{i=1}^{3} a_i \cdot e^{b_i \cdot t} \tag{1}$$

modelu standardowego (Zenera),

$$\sigma(t) = \sum_{i=1}^{2} a_i * e^{b_i \cdot t} \cdot c_i$$
<sup>(2)</sup>

oraz uogólnionego modelu Burgersa

$$\sigma(t) = \sum_{i=1}^{2} a_i \cdot e^{b_i \cdot t} + c \cdot t + d$$
(3)

gdzie:  $\sigma(t)$  – naprężenie, t – czas,  $a_i$ ,  $b_i$ ,  $c_i$ , d – współczynniki równania.

Do obliczenia współczynników równania stosowano metodę najmniejszych kwadratów. W dalszej kolejności wykorzystano prawo Hooke'a oraz uogólnione prawo lepkości Newtona do obliczeń wartości chwilowych modułów sprężystości  $E_i$  oraz lepkości dynamicznych  $\eta_i$ ,  $\eta_a$  traktowanych jako parametry przyjętego modelu. W modelu Burgersa lepkość pozorną  $\eta_a$  należy traktować jako analogię lepkości, charakterystycznej dla cieczy newtonowskiej [6,14]. Do analizy zmian wartości parametrów wykorzystano ich zestawienie sekwencyjne podczas realizacji testu relaksacji. Zastosowano także ekstrapolację przyjętych funkcji do prognozowania zmian wartości naprężenia  $\sigma(t)$  w dłuższym przedziale czasowym.

## WYNIKI I DYSKUSJA

Zestawienie wyników obliczeń parametrów uogólnionego modelu Maxwella i standardowego po upływie 900 sekund zamieszczono w Tabeli 1. Zestawienie sekwencyjne zmian podczas relaksacji przy wstępnym obciążeniu 50%  $F_{max}$ , przedstawiono w Tabeli 2. Analogiczne obliczenia przeprowadzono dla modelu Burgersa, a wyniki zamieszczono w Tabeli 3. Aproksymację i ekstrapolację wybranego przebiegu  $\sigma(t)$  pokazano na Rys.1 i 2.

| Nr<br>korze-<br>nia                      | Siła<br>Fmax –<br>[%] | Model Maxwella<br>dwuparametrowy |                           |                | Model st                       | tandardow               | y trzyparam         | netrowy        | Model standardowy pięcioparametrowy |                                |                                |                     |                     |                |
|--|-----------------------|----------------------------------|---------------------------|----------------|--------------------------------|-------------------------|---------------------|----------------|-------------------------------------|--------------------------------|--------------------------------|---------------------|---------------------|----------------|
|  |                       | <i>E</i> <sub>1</sub><br>[MPa]   | η <sub>1</sub><br>[MPa·s] | R <sup>2</sup> | <i>E</i> <sub>1</sub><br>[MPa] | E <sub>0</sub><br>[MPa] | $\eta_1$<br>[MPa·s] | R <sup>2</sup> | E <sub>1</sub><br>[MPa]             | <i>E</i> <sub>2</sub><br>[MPa] | <i>E</i> <sub>0</sub><br>[MPa] | $\eta_1$<br>[MPa·s] | $\eta_2$<br>[MPa·s] | R <sup>2</sup> |
| 1  | 50%                   | 5,07                             | 7247                      | 0,8651         | 1,80                           | 3,49                    | 341                 | 0,9466         | 0,84                                | 1,95                           | 2,80                           | 11,8                | 1250                | 0,9979         |
|  | 75%                   | 4,98                             | 5109                      | 0,7496         | 2,22                           | 3,28                    | 159                 | 0,9579         | 1,21                                | 1,63                           | 2,93                           | 16,6                | 407                 | 0,9975         |
| 2  | 50%                   | 6,40                             | 6734                      | 0,9373         | 3,49                           | 3,16                    | 1058                | 0,9730         | 1,02                                | 3,96                           | 2,08                           | 15,6                | 2639                | 0,9981         |
|  | 75%                   | 6,18                             | 7302                      | 0,8107         | 2,56                           | 4,06                    | 296                 | 0,9543         | 1,17                                | 2,19                           | 3,67                           | 11,6                | 636                 | 0,9968         |
| 3  | 50%                   | 5,14                             | 10136                     | 0,8334         | 1,58                           | 3,82                    | 247                 | 0,9631         | 0,63                                | 1,42                           | 3,55                           | 8,9                 | 519                 | 0,9962         |
|  | 75%                   | 5,23                             | 10284                     | 0,7948         | 1,52                           | 3,99                    | 176                 | 0,9502         | 0,70                                | 1,30                           | 3,75                           | 5,9                 | 389                 | 0,9955         |
| Łącz-<br>nie dla<br>20 -<br>korze-<br>ni | 500%                  | 5,40                             | 7927                      |                | 2,28                           | 3,34                    | 593                 |                | 0,83                                | 2,61                           | 2,49                           | 12,3                | 1917                |                |
|  | 30%                   | ±0,28                            | ±823                      |                | ±0,41                          | ±0,24                   | ±203                |                | ±0,09                               | ±0,58                          | ±0,48                          | ±1,56               | ±713                |                |
|  | 75%                   | 5,50                             | 7531                      |                | 2,15                           | 3,71                    | 262                 |                | 1,02                                | 1,89                           | 3,26                           | 11,0                | 678                 |                |
|  |                       | ±0,39                            | ±1045                     |                | ±0,24                          | ±0,26                   | ±95                 |                | ±0,11                               | ±0,32                          | ±0,26                          | ±1,92               | ±270                |                |
| Nr                                       | Siła                  | М                                | odel Maxw                 | ella czterop   | arametrow                      | у                       |                     |                | Model Maxwella sześcioparametrowy   |                                |                                |                     |                     |                |
| korze-<br>nia                            | Fmax                  | $E_1$                            | $E_2$                     | $\eta_1$       | $\eta_2$                       | D <sup>2</sup>          | $E_1$               | $E_2$          | $E_3$                               | $\eta_1$                       | $\eta_2$                       | $\eta_3$            | D <sup>2</sup>      |                |
|  | [%]                   | [MPa]                            | [MPa]                     | [MPa·s]        | [MPa·s]                        | ĸ                       | [MPa]               | [MPa]          | [MPa]                               | [MPa·s]                        | [MPa·s]                        | [MPa·s]             | K                   |                |
| 1  | 50%                   | 0,97                             | 4,60                      | 20,0           | 11197                          | 0,9958                  | 0,44                | 0,73           | 4,52                                | 1,54                           | 31,4                           | 11881               | 0,9996              |                |
| 1  | 75%                   | 1,61                             | 4,07                      | 42,0           | 8839                           | 0,9921                  | 0,77                | 1,24           | 3,82                                | 4,89                           | 81,1                           | 11100               | 0,9994              |                |
| 2  | 50%                   | 1,20                             | 5,80                      | 31,1           | 7866                           | 0,9970                  | 0,60                | 0,94           | 5,65                                | 2,13                           | 57,3                           | 8183                | 0,9999              |                |
| 2  | 75%                   | 1,58                             | 5,32                      | 39,6           | 10945                          | 0,9902                  | 0,84                | 1,28           | 4,93                                | 3,67                           | 93,8                           | 13083               | 0,9996              |                |
| 3  | 50%                   | 0,92                             | 4,62                      | 34,7           | 15654                          | 0,9923                  | 0,44                | 0,79           | 4,49                                | 1,56                           | 61,1                           | 17938               | 0,9997              |                |
| 3  | 75%                   | 0,94                             | 4,72                      | 23,0           | 16111                          | 0,9884                  | 0,50                | 0,76           | 4,56                                | 1,60                           | 51,4                           | 19532               | 0,9996              |                |
| Łącz-                                    | 500                   | 0,99                             | 4,90                      | 25,1           | 10677                          |                         | 0,46                | 0,78           | 4,80                                | 1,57                           | 42,9                           | 11543               |                     |                |
| nie dla                                  | 50%                   | ±0,09                            | ±0,26                     | ±5,2           | ±1782                          |                         | ±0,04               | ±0,08          | ±0,24                               | ±0,28                          | ±10,2                          | ±2231               |                     |                |
| 20<br>korze-                             | 750                   | 1,37                             | 4,76                      | 31,6           | 11295                          |                         | 0,72                | 1,05           | 4,52                                | 3,47                           | 69,3                           | 13674               |                     |                |
| ni                                       | 15%                   | ±0,17                            | ±0,43                     | ±5,8           | ±1596                          |                         | ±0,08               | ±0,14          | ±0,43                               | ±0,76                          | ±11,7                          | ±1884               |                     |                |

**Tabela 1.** Obliczone wartości parametrów uogólnionego modelu Maxwella i standardowego**Table 1.** The values of parameters calculated for generalised Maxwell and Zener models

| Czas   | Me<br>dw                | odel Maxwel               | la<br>vy       | Model sta               | trzyparame              | trowy                     | Model standardowy pięcioparametrowy |                         |                                 |                         |                  |                       |                |  |
|--------|-------------------------|---------------------------|----------------|-------------------------|-------------------------|---------------------------|-------------------------------------|-------------------------|---------------------------------|-------------------------|------------------|-----------------------|----------------|--|
| [s]    | E <sub>1</sub><br>[MPa] | η <sub>1</sub><br>[MPa·s] | $\mathbb{R}^2$ | E <sub>1</sub><br>[MPa] | E <sub>0</sub><br>[MPa] | η <sub>1</sub><br>[MPa·s] | R <sup>2</sup>                      | E <sub>1</sub><br>[MPa] | E <sub>2</sub><br>[MPa]         | E <sub>0</sub><br>[MPa] | $\eta_1$ [MPa·s] | $\eta_2$<br>[MPa·s]   | $\mathbb{R}^2$ |  |
| 90     | 5,34                    | 2013                      | 0,8464         | 0,97                    | 4,54                    | 18                        | 0,9777                              | 0,36                    | 0,89                            | 4,37                    | 0,9              | 36                    | 0,9994         |  |
| 300    | 5,18                    | 4549                      | 0,8043         | 1,25                    | 4,17                    | 59                        | 0,9667                              | 0,53                    | 1,07                            | 3,98                    | 2,9              | 119                   | 0,9980         |  |
| 450    | 5,12                    | 5880                      | 0,8190         | 1,38                    | 3,99                    | 98                        | 0,9602                              | 0,64                    | 1,22                            | 3,70                    | 5,5              | 251                   | 0,9972         |  |
| 600    | 5,08                    | 6910                      | 0,8353         | 1,50                    | 3,83                    | 150                       | 0,9551                              | 0,71                    | 1,42                            | 3,41                    | 8,8              | 464                   | 0,9972         |  |
| 900    | 5,02                    | 8492                      | 0,8646         | 1,75                    | 3,50                    | 325                       | 0,9508                              | 0,79                    | 1,84                            | 2,90                    | 11,4             | 1088                  | 0,9975         |  |
| 1200   | 4,98                    | 9649                      | 0,8849         | 2,00                    | 3,19                    | 591                       | 0,9522                              | 0,83                    | 2,17                            | 2,51                    | 13,9             | 1810                  | 0,9978         |  |
| 1500   | 4,95                    | 10515                     | 0,9027         | 2,25                    | 2,89                    | 957                       | 0,9551                              | 0,87                    | 2,53                            | 2,10                    | 16,6             | 2830                  | 0,9980         |  |
| 1800   | 4,92                    | 11111                     | 0,9195         | 2,52                    | 2,58                    | 1460                      | 0,9581                              | 0,91                    | 3,00                            | 1,58                    | 20,0             | 4581                  | 0,9979         |  |
| 2100   | 4,90                    | 11481                     | 0,9362         | 2,86                    | 2,21                    | 2251                      | 0,9509                              | 0,95                    | 3,80                            | 0,72                    | 24,7             | 8506                  | 0,9978         |  |
| 2300   | 4,90                    | 11588                     | 0,9464         | 3,13                    | 1,90                    | 3038                      | 0,9626                              | 0,99                    | 4,71                            | 0,24                    | 28,7             | 14492                 | 0,9977         |  |
| Casa   |                         | Model Maxy                | wella czterop  | arametrowy              |                         |                           | Ν                                   | Aodel Maxv              | lel Maxwella sześcioparametrowy |                         |                  |                       |                |  |
| Czas · | $E_1$                   | $E_2$                     | $\eta_1$       | $\eta_2$                | D <sup>2</sup>          | $E_1$                     | $E_2$                               | $E_3$                   | $\eta_1$                        | $\eta_2$                | $\eta_3$         | <b>D</b> <sup>2</sup> |                |  |
| [s]    | [MPa]                   | [MPa]                     | [MPa·s]        | [MPa·s]                 | R-                      | [MPa]                     | [MPa]                               | [MPa]                   | [MPa·s]                         | [MPa·s]                 | [MPa·s]          | R <sup>2</sup>        |                |  |
| 90     | 0,57                    | 5,02                      | 3,37           | 3467                    | 0,9956                  | 0,27                      | 0,51                                | 4,86                    | 0,42                            | 8,0                     | 4878             | 0,9999                |                |  |
| 300    | 0,79                    | 4,74                      | 11,2           | 7827                    | 0,9928                  | 0,36                      | 0,67                                | 4,59                    | 0,91                            | 22,4                    | 9968             | 0,9998                |                |  |
| 450    | 0,84                    | 4,67                      | 14,5           | 9314                    | 0,9936                  | 0,38                      | 0,69                                | 4,55                    | 1,04                            | 25,9                    | 10825            | 0,9998                |                |  |
| 600    | 0,88                    | 4,62                      | 17,1           | 10290                   | 0,9942                  | 0,40                      | 0,70                                | 4,52                    | 1,21                            | 29,4                    | 11497            | 0,9997                |                |  |
| 900    | 0,93                    | 4,56                      | 21,6           | 11553                   | 0,9951                  | 0,43                      | 0,71                                | 4,47                    | 1,57                            | 36,2                    | 12423            | 0,9996                |                |  |
| 1200   | 0,96                    | 4,51                      | 25,6           | 12406                   | 0,9956                  | 0,47                      | 0,71                                | 4,42                    | 2,10                            | 44,4                    | 13146            | 0,9995                |                |  |
| 1500   | 0,99                    | 4,48                      | 28,6           | 12910                   | 0,9962                  | 0,50                      | 0,70                                | 4,39                    | 2,54                            | 50,3                    | 13502            | 0,9996                |                |  |
| 1800   | 0,99                    | 4,47                      | 29,9           | 13086                   | 0,9970                  | 0,50                      | 0,70                                | 4,39                    | 2,52                            | 50,0                    | 13490            | 0,9996                |                |  |
| 2100   | 0,99                    | 4,47                      | 29,1           | 12995                   | 0,9976                  | 0,47                      | 0,71                                | 4,42                    | 2,06                            | 44,1                    | 13222            | 0,9995                |                |  |
| 2300   | 0,98                    | 4,49                      | 27,4           | 12804                   | 0,9976                  | 0,44                      | 0,72                                | 4,45                    | 1,68                            | 38,7                    | 12948            | 0,9991                |                |  |

| Tabela 2. Obliczone wartości parametrów uogólnionego modelu Maxwella i standardowego  |
|---|
| Table 2. The values of parameters calculated for generalised Maxwell and Zener models |

37

| Nr                           | Cile E                         | ]     | Model Burg | ersa czterop  | arametrowy          |                | Model Burgersa sześcioparametrowy |       |       |          |          |                     |                |
|------------------------------|--------------------------------|-------|------------|---------------|---------------------|----------------|-----------------------------------|-------|-------|----------|----------|---------------------|----------------|
| korze-<br>nia                | Siła F <sub>max</sub> -<br>[%] | $E_1$ | $E_0$      | $\eta_1$      | $\eta_{\mathrm{a}}$ | R <sup>2</sup> | $E_1$                             | $E_2$ | $E_0$ | $\eta_1$ | $\eta_2$ | $\eta_{\mathrm{a}}$ | $\mathbf{D}^2$ |
|                              |                                | [MPa] | [MPa]      | [MPa·s]       | [MPa·s]             |                | [MPa]                             | [MPa] | [MPa] | [MPa·s]  | [MPa·s]  | [MPa·s]             | K              |
| 1                            | 50%                            | 1,02  | 4,47       | 24,6          | 23818               | 0,9942         | 0,52                              | 0,72  | 4,42  | 2,55     | 44,4     | 26800               | 0,9991         |
|                              | 75%                            | 1,67  | 4,00       | 47,6          | 11926               | 0,9907         | 0,81                              | 1,27  | 3,75  | 5,53     | 92,3     | 16652               | 0,9993         |
| 2                            | 50%                            | 1,43  | 5,51       | 61,9          | 10854               | 0,9948         | 0,69                              | 1,20  | 5,28  | 3,31     | 121,7    | 12325               | 0,9997         |
|                              | 75%                            | 1,67  | 5,20       | 49,4          | 6835                | 0,9883         | 0,86                              | 1,35  | 4,90  | 4,00     | 111,4    | 9133                | 0,9996         |
| 2                            | 50%                            | 0,96  | 4,57       | 40,1          | 33830               | 0,9915         | 0,40                              | 0,83  | 4,45  | 1,52     | 68,9     | 40526               | 0,9996         |
| 3                            | 75%                            | 0,97  | 4,68       | 26,5          | 15376               | 0,9873         | 0,51                              | 0,79  | 4,52  | 1,69     | 57,1     | 19612               | 0,9995         |
| Łącznie<br>dla 20<br>korzeni | 500                            | 1,08  | 4,77       | 36,6          | 20157               |                | 0,52                              | 0,85  | 4,64  | 2,42     | 68,1     | 23204               |                |
|                              | 50%                            | ±0,11 | ±0,22      | ±9,3          | ±5547               |                | ±0,04                             | ±0,13 | ±0,19 | ±0,39    | ±17,9    | ±6787               |                |
|                              | 75%                            | 1,40  | 4,10       | 38,3          | 10321               |                | 0,74                              | 1,08  | 4,44  | 3,92     | 84,4     | 13905               |                |
|                              |                                | ±0,17 | ±0,57      | ±6,7          | ±2026               |                | ±0,09                             | ±0,13 | ±0,43 | ±0,78    | ±11,7    | ±2889               |                |
|                              | Cree                           |       | Model Burg | gersa czterop | arametrowy          |                | Model Burgersa sześcioparametrowy |       |       |          |          |                     |                |
|                              | Czas -                         | $E_1$ | $E_0$      | $\eta_1$      | $\eta_{\mathrm{a}}$ | $\mathbf{D}^2$ | $E_1$                             | $E_2$ | $E_0$ | $\eta_1$ | $\eta_2$ | $\eta_{a}$          | D <sup>2</sup> |
|                              | [5]<br>90                      | [MPa] | [MPa]      | [MPa·s]       | [MPa·s]             | K              | [MPa]                             | [MPa] | [MPa] | [MPa·s]  | [MPa·s]  | [MPa·s]             | s] K           |
|                              | 300                            | 0,58  | 5,00       | 3,6           | 5376                | 0,9953         | 0,27                              | 0,52  | 4,84  | 0,43     | 8,5      | 8016                | 0,9999         |
|                              | 450                            | 0,81  | 4,71       | 12,2          | 14009               | 0,9922         | 0,36                              | 0,69  | 4,57  | 0,94     | 24,1     | 18752               | 0,9997         |
|                              | 600                            | 0,87  | 4,63       | 16,2          | 17497               | 0,9929         | 0,39                              | 0,71  | 4,52  | 1,13     | 28,8     | 21237               | 0,9997         |
|                              | 900                            | 0,91  | 4,58       | 19,7          | 20138               | 0,9932         | 0,41                              | 0,73  | 4,47  | 1,38     | 34,2     | 23513               | 0,9996         |
|                              | 1200                           | 0,98  | 4,49       | 26,7          | 24291               | 0,9936         | 0,48                              | 0,74  | 4,38  | 2,15     | 48,2     | 27566               | 0,9993         |
|                              | 1500                           | 1,03  | 4,42       | 34,4          | 27815               | 0,9934         | 0,57                              | 0,73  | 4,28  | 3,85     | 74,7     | 32051               | 0,9991         |
|                              | 1800                           | 1,08  | 4,36       | 41,9          | 30616               | 0,9936         | 0,65                              | 0,73  | 4,18  | 5,79     | 109,6    | 35737               | 0,9992         |
|                              | 2100                           | 1,11  | 4,31       | 48,3          | 32554               | 0,9942         | 0,67                              | 0,74  | 4,14  | 6,64     | 128,4    | 37234               | 0,9993         |
|                              | 2300                           | 1,13  | 4,29       | 53,1          | 33764               | 0,9952         | 0,67                              | 0,74  | 4,14  | 6,66     | 129,1    | 37288               | 0,9995         |
|                              | 2500                           | 1,13  | 4,28       | 53,8          | 34134               | 0,9959         | 0,66                              | 0,74  | 4,15  | 6,33     | 121,9    | 36844               | 0,9996         |

**Tabela 3.** Wyniki obliczeń wartości parametrów uogólnionego modelu Burgersa **Table 3.** The values of parameters calculated for generalised Burgers model

Zakres zmienności wartości średniej dla 20 korzeni obliczono na poziomie istotności  $\alpha = 0.05$ .



**Rys. 1.** Aproksymacja i ekstrapolacja przebiegu  $\sigma(t)$ , w czasie 900 sekund (a) oraz 2300 sekund (b). **Fig. 1.** An approximation and extrapolation of function  $\sigma(t)$  in time 900 second (a) and 2300 second (b).

39



**Rys. 2.** Aproksymacja i ekstrapolacja przebiegu  $\sigma(t)$  w czasie 900 sekund (a) oraz 2300 sekund (b). **Fig. 2.** An approximation and extrapolation of function  $\sigma(t)$  in time 900 second (a) and 2300 second (b).

Wartość modułu sprężystości  $E_0$  w istotny sposób ogranicza możliwość wykorzystania pięcioelementowego modelu standardowego, co widać w zestawieniu sekwencyjnym (Tab. 2). Po przekroczeniu 2700 sekund przyjmuje on wartość ujemną. Jest to matematycznie poprawne, ale nie ma odniesienia do warunków rzeczywistych. Analogiczne ograniczenia występują w modelu trzyelementowym. Widoczna jest tu wyraźna zależność  $E_0$  od upływu czasu (Tab. 2). Istotę tych zmian przedstawia Rys. 1.

Stosowanie dwuparametrowego modelu Maxwella do opisu przebiegu  $\sigma(t)$  obarczone jest błędem, wynikającym z niedokładności odwzorowania w czasie krótszym niż 900 sekund. Szczególne znaczenie ma obciążenie wstępne podczas realizacji testu relaksacji (Tab.1). Można tego uniknąć poprzez zwiększenie liczby gałęzi równoległych w modelu Maxwella. Analogiczna zależność dotyczy modelu Burgersa.

Porównanie zmian parametrów modelu Maxwella i Burgersa w zależności od obciążenia wykazuje, że w podobny sposób odzwierciedlają one przebieg relaksacji naprężeń w badanym materiale. Pojawia się jednak wzajemnie wykluczająca się możliwość interpretacji zmian lepkości w jednej z równoległych gałęzi rozpatrywanych modeli. W analizowanym przebiegu  $\sigma(t)$  odpowiada temu współczynnik kierunkowy prostej opisujący fazę stabilnego zaniku naprężeń.

Dla 20 powtórzeń pomiarów w czasie 900 sekund średnia wartość tej lepkości, traktowanej jako parametr modelu Maxwella, nie ulega zmianom (Tab. 1). Jednocześnie w modelu Burgersa wartość pozornej lepkości  $\eta_a$  zmienia się o blisko 50% (Tab. 3). Podobną zmianę można zaobserwować w modelu standardowym. Należy przy tym podkreślić, że odnosi się to do tych samych powtórzeń eksperymentu.

Na uwagę zasługują także różnice w sposobie wzajemnego dopasowania badanego przebiegu i funkcji aproksymującej, dla 2300 sekund (Rys. 1). Z zapisu matematycznego, obrazującego ciecz Maxwella wynika asymptotyczny charakter przebiegu tej funkcji, a co za tym idzie stopniowe wydłużanie się procesu w czasie. Rzeczywisty przebieg  $\sigma(t)$  jest bardziej zbliżony do linii prostej i dopiero na poziomie około 20% wartości wstępnego naprężenia proces relaksacji ulega znacznemu spowolnieniu. Przyczyną takiego stanu może być występowanie różnych zjawisk fizycznych w badanym materiale biologicznym. W konsekwencji model Burgersa w lepszym stopniu pozwala prognozować przebieg rzeczywistego procesu relaksacji, w ściśle określonym przedziale czasowym. Potwierdzeniem tego jest zestawienie ekstrapolacji funkcji opisujących przebieg  $\sigma(t)$  w czasie 900 sekund.

Należy podkreślić, że prezentowane wyniki dotyczą próbek selektywnie dobranego materiału świeżego (około 10% suchej substancji), przy obciążeniu quasi-statycznym na poziomie co najmniej 50% wytrzymałości biologicznej.

#### WNIOSKI

- 1. Do opisania procesu relaksacji tkanki buraka ćwikłowego może być wykorzystany model Burgersa oraz uogólniony model Maxwella. Z porównania wartości parametrów wynika, że najbardziej istotna dla badanego materiału jest pozorna lepkość w jednej z równoległych gałęzi obu modeli. W analizowanym przebiegu  $\sigma(t)$  odpowiada temu współczynnik kierunkowy prostej opisujący fazę stabilnego zaniku naprężeń.
- 2. Zwiększenie obciążenia wstępnego podczas testu relaksacji powoduje spadek pozornej lepkości  $\eta_a$  w modelu Burgersa, analogiczna zależność występuje także w modelu standardowym. Może mieć to związek z jednoczesnym występowaniem wielu zjawisk fizycznych podczas relaksacji naprężeń w materiale biologicznym. W uogólnionym modelu Maxwella powyższa zależność jest nieistotna, co jest niewątpliwie konsekwencją specyficznych właściwości przyjętych funkcji matematycznych.
- 3. Ponieważ wartości parametrów obu modeli zostały obliczone na podstawie kryterium dopasowania do badanego przebiegu  $\sigma(t)$ , o ich przydatności do interpretacji obserwowanych zjawisk może zadecydować zarówno możliwość aproksymacji, jak i prognozowanie dalszego przebiegu eksperymentu pomiarowego. Stwierdzono, że w ściśle określonym przedziale czasowym najbardziej zbliżony do przebiegu rzeczywistego jest wykres funkcji modelu Burgersa.

## PIŚMIENNICTWO

- Bohdziewicz J.: Właściwości mechaniczne i reologiczne wybranych odmian buraka ćwikłowego. Acta Agrophysica, 45, 17-29, 2001.
- Blahovec J.: Stress relaxation phenomena in vegetable tissue. Experimental results. Journal of Materials Science, 31, 1729-1734, 1996.
- Bzowska-Bakalarz M.: Model reologiczny tkanki korzenia buraka cukrowego. Zesz. Probl. Post. Nauk Roln. 408, 283-290, 1993.
- 4. **Bzowska-Bakalarz M.:** Właściwości mechaniczne korzeni buraka cukrowego. Rozprawa habilitacyjna, AR Lublin, 1994.
- Chen P., Fridley R.B.: An analytical method for determining viscoelastic constant of agricultural materials. Trans. of ASAE, 15(6), 1103–1106, 1972.
- 6. Clark R.L., Fox W.R., Welch G.B.: Representation of mechanical properties of nonlinear viscoelastic materials by constitutive equations. Trans. of the ASAE, 14(3), 511-516, 1971
- Clayton J.T., Peleg M.: Reologický model pro pevné potraviny. Zemědělska Technika. 23(2), 91-100, 1977.

- 8. Derski W., Ziemba S.: Analiza modeli reologicznych. PWN, Warszawa, 1968.
- 9. Ferguson J., Kembłowski Z.: Reologia stosowana płynów. MARCUS sc, Łódź, 1995.
- Giessman E.J., Szot B.: Einfluss der Verformungsgeschwidigkeit auf den Wert der Relaxationskonstanten. Taungsbericht Akademie der Landwirtschaftswissenschaften der DDR, 208, 53-61, 1982.
- Golacki K.: Test relaksacji naprężeń dla korzeni marchwi. Zesz. Probl. Post. Nauk Roln., 433, 347-351, 1996.
- 12. Kisiel I.: Reologiczne równania stanu ośrodków quasiliniowych. PAN, Wrocław, 1980.
- Konstankiewicz K., Pukos A., Zdunek A.: Teorie odkształceń materiałów biologicznych w świetle relaksacji naprężeń. Zesz. Probl. Post. Nauk Roln., 443, 353–363, 1996.
- 14. Nowicki W., Gąsiorowski H., Banasik P., Kolodziejczyk P.: Relaxace napeti bulvy cukrove řepy při jednoosem namachani v tlaku. Zemědělska Technika, 22(10), 591-594, 1976.
- 15. Peleg M.: Application of nonlinear phenomenological rheological models to solid food materials. Journal of Texture Studies, 15, 1-22, 1984.
- 16. Pitt R.E.: Models for the rheology and statistical strength of uniformly stressed vegetation tissue. Trans. of the ASAE, 25(6), 1776-1784, 1982.
- 17. Pitt R.E., Chen H.L.: Time-dependent aspects of the strength and rheology of vegetative tissue. Trans. of the ASAE, 26(4), 1275-1280, 1983.
- 18. Sitkei G.: Mechanics of agricultural materials. Akademiai Kiado, Budapest, 1987.
- Segerlind L.I., Snovar B.A., Heldman D.R.: Compression and relaxation properties of carrot. Journal of Texture Studies, 7(4), 451-456, 1977.
- Shama F., Sherman P.: Stress relaxation during force-compression studies on foods with the Instron universal testing machine. Journal of Texture Studies, 4(3), 353–362, 1973.
- Szot B., Golacki K.: Estimation of the variability of mechanical properties of carrot roots during storage. Papers of the 3<sup>rd</sup> International Conference Physical Properties of Agricultural Materials, 867-871, Praha, 1985.
- 22. Szot B., Golacki K.: The influence of the speed of deformation on the course of stress relaxation in carrot roots. Zesz. Probl. Post. Nauk Roln., 397, 69–73, 1991.
- 23. Wilczyński K.: Reologia w przetwórstwie tworzyw sztucznych. WNT, Warszawa, 2001.

## VARIABILITY OF PARAMETERS CHARACTERIZED THE RELAXATION PHENOMENON IN RED BEET FLESH TISSUE

J. Bohdziewicz

Institute of Agricultural Engineering, University of Agriculture ul. Chełmońskiego 37/41, 51-630 Wrocław e-mail: bohdziewicz@imr.ar.wroc.pl ; bohdziewicz@magma-net.pl

Abstract. The paper present results of relaxation progress investigations in red beet flesh samples. Basis on sequent statement were analyzed changes of values the instantaneous elastic modulus E, the absolute viscosity  $\eta$  and apparent viscosity  $\eta_a$  in test time. Change of stress values  $\sigma(t)$  in long time by extrapolation assumed functions, were forecasted too. It was affirmed that assumed Maxwell and Zener models may be used to describe behavior of tested material, however are the interpretation limits of observed phenomena. The most helpful was generalized Burgers model.

Keywords: relaxation, rheological model, red beet.